

ICT 活用に至る計算機と数学の背景② - e の電卓算出 -

岐阜大学教育学部 教授 河崎 哲嗣

「情報」という教科ができるまでのプログラミングは、高校の数学教科書に扱われていた世界でも例を見ない頃がありました。その内容は、プログラミングを使って数学の理論を表現する内容が中心だったと認識しています。

大学の講義でも、希代の数学者が開発した「数値解析法」を用いて、高校数学の学習を振り返りながら、区分求積法・台形則・シンプソン則による定積分の「近似値計算」、オイラー法やルンゲ・クッタ法による微分方程式の「解曲線」を、プログラミングによって「見える化」して考察・感動した憶えがあります。その学びの成果があって、琵琶湖の湖面温度分布を測定したデータを取り込んで、数学者ガウスによる「最小二乗法」の理論に従ったプログラミングによって「近似曲線」で表現し分析したものです。

プログラミングに対する反応は、人それぞれです。面白い、難しくて分からない、興味が沸かない、大量の時間を費やす意義を感じない、論理的な思考ができる等です。数学教科書でプログラミングが扱われなくなった原因は、授業での不評の声を思い出せば「言語を覚えるのは負担である」「数学の内容をわざわざプログラミングで確認する必要があるのか」「プログラマーを育成するのか」「何の役に立つのか分からない」「受験に必要ない」「数学は実技科目なのか」等と諸々あるように思えます。再び脚光を浴びているプログラミングについて、いくつかの教訓を忘れず、それぞれにとって独自の「有意義な価値観」を与えるように、大切に根付いてほしいものです。

さて、ホームセンターなどで販売されている「電卓」でも、数学の理論で求められる数を、プログラミング的な発想で「近似値計算」をして求めることができます。銀行などの金融の利子の話から、高校数学で登場する Napier 数『e』までの展開において、電卓を上手に使えます。

当時、私も気づかなかったのですが、「利息繰入期間」というものが業界にあり、銀行などは 1 年間に 2 回(8 月と 2 月)として、繰入期間を半年に設定しているはずです。ぜひ皆さんの通帳で確認してみてください。

元本を P 円、年利率 r 、1 年間の繰入回数を n とすれば、預けた・借りた元本の 1 年後は $P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n$ 円になる仕組みです。当事者同士の変数で契約する P や r を定数 1 に置き換えると、 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 円と表せます。この n が曲者で、子どものお金の貸し借りや賭け事は良くありません。

んが、自動販売機での飲料品購入場面などで「100 円貸して!」「利子一日 10 円な」とか、「1 秒おきに 1 円の利子」といった悪い冗談のやりとりがそうです。昔から「できるだけ得しよう!」と考えた人はいましたから、このnを 1、2、3、…1000、…、10000…と置き換えて計算をしたはずで。その数値がeに該当するのです。

つまり、 $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ と表され、その近似式は数学者達によって既に解明されています。

$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ を高校数学の二項定理や大学 1 年生の教養レベルのマクローリン展開を使って、

級数表示にすれば、 $e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!} + \cdots$ ① と表せるのです。また、e が 3 より小さくなる証明も、数学Ⅲの単元「数列の極限」の例題レベルです。ぜひ高校や大学の頃を、懐かしく振り返っていただければ幸いです。

ところで、電卓を使ってこのeの近似値を計算してみましょう。いくら「利息繰入期間」を細かく設定しても、儲けには上限があります。教科書では、この辺りの背景やストーリーを記載するだけのページに余裕がなく、表計算ソフトで n に数値を代入して、eの近似値が 2.718…と示すだけなのです。e が何者なのかを疑問に抱く生徒が多いでしょう。

n	$(1 + 1/n)^n$
1	2
2	2.25
3	2.37037
4	2.44141
5	2.48832
10	2.59374246
100	2.704813829
1000	2.716923932
10000	2.71814592682436
10000000	2.71828169398037

ところが、数学者によって級数展開した近似式①がいかに高い精度かは、電卓を使えば一瞬にして分かります。皆さんのスマートフォンの電卓機能でも扱えますので、以下のようにボタン入力してみてください。

MC		メモリをクリアしてゼロにする
AC		
1	M+	 1 をメモリに加える
÷	1 = M+	 表示されている値を 1 で割ってメモリに加える
÷	2 = M+	 表示されている値を 2 で割ってメモリに加える
÷	3 = M+	 以下同様
÷	4 = M+	
÷	5 = M+	
...		
MR		メモリを読み出す

級数の何項目かの早い段階で、一気に 2.71...に収束することにお気づきでしょう。級数展開で表された近似式は、プログラミング的な思考に相通じるものがあります。身近な電卓だけで、 e の近似値が求められるなんて。高校教諭時に、これを教えてくれた京都女子大学の元教授の小波秀雄先生に感謝申し上げる次第です。

河崎哲嗣(かわさき てつし)

1964 年生まれ

数学科教諭として、23 年間京都府立高等学校・京都教育大学附属高等学校に勤務

2002 年 京都教育大学大学院教育学研究科(修士課程)修了

2016 年 大阪大学人間科学研究科博士後期課程修了

2016 年 博士(人間科学)大阪大学

現 職 東海国立大学機構 岐阜大学教育学部教授

専 攻 数学教育学, 教育工学, 国際遠隔協働学習, STEAM