

回 石田さんは、連続する3つの整数のそれぞれの2乗の和からある自然数をひいた数について、どのようなことが成り立つかを調べています。

1, 2, 3では、 $1^2 + 2^2 + 3^2 - 2 = 12 = 3 \times 2^2$

2, 3, 4では、 $2^2 + 3^2 + 4^2 - 2 = 27 = 3 \times 3^2$

3, 4, 5では、 $3^2 + 4^2 + 5^2 - 2 = 48 = 3 \times 4^2$

上の計算の結果では、連続する3つの整数のそれぞれの2乗の和から2をひいた数は、その連続する3つの整数の中央の数を2乗して3倍した数と等しくなっていました。そこで、石田さんは、上の計算の結果から次のことを予想しました。

【予想】

連続する3つの整数のそれぞれの2乗の和から2をひいた数は、その連続する3つの整数の中央の数を2乗して3倍した数と等しくなる。

次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 石田さんは、この【予想】がいつでも成り立つことを、次のように説明しました。

【説明】

n を整数とすると、連続する3つの整数は、 n , $n + 1$, $n + 2$ と表される。

したがって、連続する3つの整数のそれぞれの2乗の和から2をひいた数は、その連続する3つの整数の中央の数を2乗して3倍した数と等しくなる。

【説明】の□□□□に説明の続きを書き、説明を完成させなさい。

(2) 次に、石田さんは、連続する3つの整数のそれぞれの2乗の和から5をひいた数について調べたところ、次の【性質Ⅰ】がいつでも成り立つことが分かりました。

【性質Ⅰ】

連続する3つの整数のそれぞれの2乗の和から5をひいた数は、その連続する3つの整数のうち□アを□イ倍した数と等しくなる。

【性質Ⅰ】の□アには、当てはまる言葉を次の①～⑥の中から選び、その番号を書き、□イには、当てはまる数を書きなさい。

- | | |
|-------------------|-------------------|
| ① 最も小さい数と中央の数の和 | ② 最も小さい数と最も大きい数の和 |
| ③ 中央の数と最も大きい数の和 | ④ 最も小さい数と中央の数の積 |
| ⑤ 最も小さい数と最も大きい数の積 | ⑥ 中央の数と最も大きい数の積 |

- (3) さらに、石田さんは、連続する4つの整数のそれぞれの2乗の和から5をひいた数についても調べたところ、次の【性質Ⅱ】・【性質Ⅲ】がいつでも成り立つことが分かりました。

【性質Ⅱ】

連続する4つの整数のそれぞれの2乗の和から5をひいた数は、その連続する4つの整数のうち最も小さい数と最も大きい数の和を2乗した数と等しくなる。

【性質Ⅲ】

連続する4つの整数のそれぞれの2乗の和から5をひいた数は、その連続する4つの整数のうち を2乗した数と等しくなる。

【性質Ⅲ】の に当てはまる言葉を、次の①～⑤の中から選び、その番号を書きなさい。

- ① 最も小さい数と小さい方から2番目の数の和
- ② 最も小さい数と大きい方から2番目の数の和
- ③ 小さい方から2番目の数と大きい方から2番目の数の和
- ④ 小さい方から2番目の数と最も大きい数の和
- ⑤ 大きい方から2番目の数と最も大きい数の和

【答】(1) 連続する3つの整数のそれぞれの2乗の和から2をひいた数は、 $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 - 2 = 3n^2 + 6n + 3 = 3(n^2 + 2n + 1) = 3(n+1)^2$ $n+1$ は連続する3つの整数の中央の数だから、 $3(n+1)^2$ は中央の数を2乗して3倍した数である。(2) ア. ⑤ イ. 3 (3) ③